УДК 539.3

# РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ И СМЕЩЕНИЙ В Ni<sub>2</sub>MnGa У ЛИНЗОВИДНОГО ДВОЙНИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧЕТЫРЕХФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ПРИ НЕПРЕРЫВНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДВОЙНИКУЮЩИХ ДИСЛОКАЦИЙ НА ДВОЙНИКОВЫХ ГРАНИЦАХ

## Е.В. Шматок, О.М. Остриков

Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Гомель, Беларусь

# CALCULATION OF STRESSES AND DISPLACEMENTS IN Ni<sub>2</sub>MnGa HAVE LENTICULAR TWIN USING TETRAFUNCTIONAL MODEL WITH A CONTINUOUS DISTRIBUTION OF TWINNING DISLOCATIONS AT THE TWIN BOUNDARIES

### E.V. Shmatok, O.M. Ostrikov

P.O. Sukhoi Gomel State Technical University, Gomel, Belarus

Разработана дислокационная модель для расчета напряженно-деформированного состояния у двойника линзовидной формы. Модель удобна для использования в случае сложной формы границ двойника. На основании модели в приближении непрерывного распределения двойникующих дислокаций на двойниковых границах проведен расчет полей смещений и внутренних напряжений, обусловленных линзовидным двойником в Ni<sub>2</sub>MnGa. Установлено, что напряжения локализованы на двойниковых границах, а внутри двойника может наблюдаться компенсация напряжений.

Ключевые слова: двойникование, дислокации, поля напряжений.

Dislocation model was developed for the calculation of the stress-strain state in a double lenticular. The model is suitable for use in the case of complex shape of the twin boundaries. Displacement fields and internal stresses caused by double lenticular in Ni<sub>2</sub>MnGa were calculated on the based of the model in the approximation of a continuous distribution of twinning dislocations at the twin boundaries. It was found that stress is localized at the twin boundaries, and can be observed within the twin compensation voltages.

Keywords: twinning, dislocations, stress fields.

#### Введение

Повороты кристаллической решетки мартенситной фазы монокристалла Ni<sub>2</sub>MnGa при механическом деформировании сопровождаются формированием внутренних полей напряжений и смещений, роль которых велика в физических процессах, протекающих в деформируемых твердых телах, имеющих важное практическое значение [1]. Поэтому разработка методов расчета напряженно-деформированного состояния, обусловленного механическим двойникованием кристаллических твердых тел, в том числе и Ni<sub>2</sub>MnGa, имеет важное научное и научно-техническое значение.

В связи с этим целью данной работы стало математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в сплаве  $Ni_2MnGa$ , созданного единичным удаленным от поверхности линзовидным двойником.

#### 1 Модель

В мартенситной фазе в деформируемом, например, сосредоточенной нагрузкой монокристалле Ni<sub>2</sub>MnGa, как правило [2], [3], возникают механические остаточные линзовидные единичные либо множественные двойники.

На микромасштабном уровне для расчета внутренних напряжений целесообразно использовать приближение непрерывного распределения двойникующих дислокаций на двойниковых границах [1], [4].

На рисунке 1.1 схематически представлен находящийся вдали от поверхности кристалла линзовидный двойник с некогерентными границами.

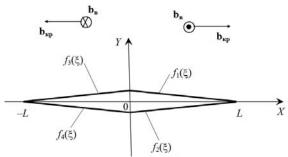


Рисунок 1.1 – Схематическое изображение линзовидного двойника в секущей плоскости

Условия зарождения механических двойников вдали от поверхности двойникующегося материала рассмотрены в [5], [6]. В случае сложной формы границ двойника для повышения точности

расчета двойниковые границы линзовидного двойника в расчетной модели целесообразно представить состоящими из четырех участков (рисунок 1.1), форма каждого из которых описывается функциями  $f_1(\xi)$ ,  $f_2(\xi)$ ,  $f_3(\xi)$  и  $f_4(\xi)$ . Тогда смещения  $u_i$  и напряжения  $\sigma_{ij}$  для рассматриваемого случая при неподвижных источниках внутренних напряжений будут рассчитываться по формулам:

$$u_{i}(x,y) = u_{i}^{(1)}(x,y) + u_{i}^{(2)}(x,y) + +u_{i}^{(3)}(x,y) + u_{i}^{(4)}(x,y),$$
  
$$\sigma_{ij}(x,y) = \sigma_{ij}^{(1)}(x,y) + \sigma_{ij}^{(2)}(x,y) + +\sigma_{ij}^{(3)}(x,y) + \sigma_{ij}^{(4)}(x,y),$$

где i, j принимают значения x, y или z;  $u_i^{(1)}(x, y)$ ,  $u_i^{(2)}(x, y)$ ,  $u_i^{(3)}(x, y)$ ,  $u_i^{(4)}(x, y)$  и  $\sigma_{ij}^{(1)}(x, y)$ ,  $\sigma_{ij}^{(2)}(x, y)$ ,  $\sigma_{ij}^{(3)}(x, y)$ ,  $\sigma_{ij}^{(4)}(x, y)$  – смещения и напряжения соответственно, вызванные каждым из четырех выделенных участков границ линзовидного двойника. В соответствии с [1], [4], данные смещения и напряжения определяются по формулам:

$$u_{i}^{(1)}(x,y) = \int_{0}^{L} \sqrt{1 + (f_{1}'(\xi))^{2}} \rho_{1}(\xi) u_{i}^{(1,0)}(x,y) d\xi,$$

$$u_{i}^{(2)}(x,y) = \int_{0}^{L} \sqrt{1 + (f_{2}'(\xi))^{2}} \rho_{2}(\xi) u_{i}^{(2,0)}(x,y) d\xi,$$

$$u_{i}^{(3)}(x,y) = \int_{-L}^{0} \sqrt{1 + (f_{3}'(\xi))^{2}} \rho_{3}(\xi) u_{i}^{(3,0)}(x,y) d\xi,$$

$$u_{i}^{(4)}(x,y) = \int_{-L}^{0} \sqrt{1 + (f_{4}'(\xi))^{2}} \rho_{4}(\xi) u_{i}^{(4,0)}(x,y) d\xi,$$

$$\sigma_{ij}^{(1)}(x,y) = \int_{0}^{L} \sqrt{1 + (f_{1}'(\xi))^{2}} \rho_{1}(\xi) \sigma_{ij}^{(1,0)}(x,y) d\xi,$$

$$\sigma_{ij}^{(2)}(x,y) = \int_{-L}^{L} \sqrt{1 + (f_{2}'(\xi))^{2}} \rho_{2}(\xi) \sigma_{ij}^{(2,0)}(x,y) d\xi,$$

$$\sigma_{ij}^{(3)}(x,y) = \int_{-L}^{0} \sqrt{1 + (f_{3}'(\xi))^{2}} \rho_{3}(\xi) \sigma_{ij}^{(3,0)}(x,y) d\xi,$$

$$\sigma_{ij}^{(4)}(x,y) = \int_{-L}^{0} \sqrt{1 + (f_{4}'(\xi))^{2}} \rho_{4}(\xi) \sigma_{ij}^{(4,0)}(x,y) d\xi.$$

Здесь L – половина длины двойника;  $\rho_1(\xi)$ ,  $\rho_2(\xi)$ ,  $\rho_3(\xi)$  и  $\rho_4(\xi)$  – плотности распределения двойникующих дислокаций на заданных участках двойниковых границах;  $\xi$  – параметр интегрирования;  $u_{ij}^{(1,0)}(x,y)$ ,  $u_{ij}^{(2,0)}(x,y)$ ,  $u_{ij}^{(3,0)}(x,y)$ ,  $u_{ij}^{(3,0)}(x,y)$ ,  $\sigma_{ij}^{(3,0)}(x,y)$ ,  $\sigma_{ij}^{(4,0)}(x,y)$  – смещения и напряжения соответственно, обусловленные единичной двойникующей дислокацией, находящейся на границе двойника, и рассчитываемые из следующих формул [1], [4]:

$$u_{x}^{(1,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \left[ \arctan \frac{y - f_{1}(\xi)}{x - \xi} + \frac{(x - \xi)(y - f_{1}(\xi))}{2(1 - v)((x - \xi)^{2} + (y - f_{1}(\xi))^{2})} \right],$$

$$u_{x}^{(2,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \left[ \arctan \frac{y - f_{2}(\xi)}{x - \xi} + \frac{(x - \xi)(y - f_{2}(\xi))}{2(1 - v)((x - \xi)^{2} + (y - f_{2}(\xi))^{2})} \right],$$

$$u_{x}^{(3,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \left[ \arctan \frac{y - f_{3}(\xi)}{x - \xi} + \frac{(x - \xi)(y - f_{3}(\xi))}{2(1 - v)((x - \xi)^{2} + (y - f_{3}(\xi))^{2})} \right],$$

$$u_{x}^{(4,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \left[ \arctan \frac{y - f_{4}(\xi)}{x - \xi} + \frac{(x - \xi)(y - f_{4}(\xi))}{2(1 - v)((x - \xi)^{2} + (y - f_{4}(\xi))^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(4,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \left[ \arctan \frac{y - f_{4}(\xi)}{x - \xi} + \frac{(x - \xi)(y - f_{4}(\xi))}{2(1 - v)((x - \xi)^{2} + (y - f_{1}(\xi))^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(1,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \left[ \frac{1 - 2v}{4(1 - v)} \ln \left( (x - \xi)^{2} + (y - f_{1}(\xi))^{2} \right) + \frac{(x - \xi)^{2} - (y - f_{2}(\xi))^{2}}{4(1 - v)((x - \xi)^{2} + (y - f_{2}(\xi))^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(3,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \left[ \frac{1 - 2v}{4(1 - v)} \ln \left( (x - \xi)^{2} + (y - f_{3}(\xi))^{2} \right) + \frac{(x - \xi)^{2} - (y - f_{3}(\xi))^{2}}{4(1 - v)((x - \xi)^{2} + (y - f_{3}(\xi))^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(4,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \left[ \frac{1 - 2v}{4(1 - v)} \ln \left( (x - \xi)^{2} + (y - f_{3}(\xi))^{2} \right) + \frac{(x - \xi)^{2} - (y - f_{3}(\xi))^{2}}{4(1 - v)((x - \xi)^{2} + (y - f_{3}(\xi))^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(4,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \arctan \frac{y - f_{1}(\xi)}{x - \xi},$$

$$u_{z}^{(2,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \arctan \frac{y - f_{1}(\xi)}{x - \xi},$$

$$u_{z}^{(2,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \arctan \frac{y - f_{1}(\xi)}{x - \xi},$$

$$u_{z}^{(2,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{sp}}{2\pi} \arctan \frac{y - f_{1}(\xi)}{x - \xi},$$

$$u_{z}^{(3,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{a}}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - f_{3}(\xi)}{x - \xi},$$

$$u_{z}^{(4,0)}(x,y,\xi) = \frac{b_{b}}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - f_{4}(\xi)}{x - \xi};$$

$$\sigma_{xx}^{(1,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= -\frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{1}(\xi))[3(x - \xi)^{2} + (y - f_{1}(\xi))^{2}]}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{1}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{xx}^{(2,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= -\frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{2}(\xi))[3(x - \xi)^{2} + (y - f_{2}(\xi))^{2}]}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{2}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{xx}^{(3,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= -\frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{3}(\xi))[3(x - \xi)^{2} + (y - f_{3}(\xi))^{2}]}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{3}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{xy}^{(4,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= \frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{4}(\xi))[3(x - \xi)^{2} + (y - f_{4}(\xi))^{2}]^{2}}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{4}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= \frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x - \xi)[(x - \xi)^{2} - (y - f_{1}(\xi))^{2}]^{2}}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{2}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= \frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x - \xi)[(x - \xi)^{2} - (y - f_{2}(\xi))^{2}]^{2}}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{3}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{xy}^{(4,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= \frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x - \xi)[(x - \xi)^{2} - (y - f_{3}(\xi))^{2}]^{2}}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{4}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{yy}^{(4,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= \frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{1}(\xi))[(x - \xi)^{2} - (y - f_{1}(\xi))^{2}]^{2}}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{1}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{yy}^{(4,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= \frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{1}(\xi))[(x - \xi)^{2} - (y - f_{1}(\xi))^{2}]^{2}}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{1}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{yy}^{(4,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= \frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{2}(\xi))[(x - \xi)^{2} - (y - f_{2}(\xi))^{2}]}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{1}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{yy}^{(4,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= \frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{3}(\xi))[(x - \xi)^{2} - (y - f_{3}(\xi))^{2}]}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{1}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{yy}^{(4,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= \frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{3}(\xi))[(x - \xi)^{2} - (y - f_{3}(\xi))^{2}]}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{3}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{yy}^{(4,0)}(x,y,\xi) =$$

$$= \frac{\mu b_{sp}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{3}(\xi))[(x - \xi)^{2} - (y - f_{3}(\xi))^{2}]}{[(x - \xi)^{2} + (y - f_{3}(\xi))^{2}]^{2}},$$

$$\sigma_{yy}^{(4,0)}(x,y,\xi$$

$$\sigma_{zz}^{(2,0)}(x,y,\xi) = -\frac{\mu b_{sp} v}{2\pi (1-v)} \frac{y - f_2(\xi)}{(x-\xi)^2 + (y - f_2(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zz}^{(3,0)}(x,y,\xi) = -\frac{\mu b_{sp} v}{2\pi (1-v)} \frac{y - f_3(\xi)}{(x-\xi)^2 + (y - f_3(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zz}^{(4,0)}(x,y,\xi) = -\frac{\mu b_{sp} v}{2\pi (1-v)} \frac{y - f_4(\xi)}{(x-\xi)^2 + (y - f_4(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zx}^{(1,0)}(x,y,\xi) = -\frac{\mu b_{sp} v}{2\pi} \frac{y - f_1(\xi)}{(x-\xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zx}^{(2,0)}(x,y,\xi) = -\frac{\mu b_{sp} v}{2\pi} \frac{y - f_2(\xi)}{(x-\xi)^2 + (y - f_2(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zx}^{(3,0)}(x,y,\xi) = -\frac{\mu b_{sp} v}{2\pi} \frac{y - f_2(\xi)}{(x-\xi)^2 + (y - f_3(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zx}^{(4,0)}(x,y,\xi) = -\frac{\mu b_{sp} v}{2\pi} \frac{y - f_4(\xi)}{(x-\xi)^2 + (y - f_4(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zy}^{(1,0)}(x,y,\xi) = \frac{\mu b_{sp} v}{2\pi} \frac{x - \xi}{(x-\xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zy}^{(2,0)}(x,y,\xi) = \frac{\mu b_{sp} v}{2\pi} \frac{x - \xi}{(x-\xi)^2 + (y - f_2(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zy}^{(3,0)}(x,y,\xi) = \frac{\mu b_{sp} v}{2\pi} \frac{x - \xi}{(x-\xi)^2 + (y - f_3(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zy}^{(4,0)}(x,y,\xi) = \frac{\mu b_{sp} v}{2\pi} \frac{x - \xi}{(x-\xi)^2 + (y - f_3(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zy}^{(4,0)}(x,y,\xi) = \frac{\mu b_{sp} v}{2\pi} \frac{x - \xi}{(x-\xi)^2 + (y - f_3(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zy}^{(4,0)}(x,y,\xi) = \frac{\mu b_{sp} v}{2\pi} \frac{x - \xi}{(x-\xi)^2 + (y - f_3(\xi))^2},$$

где  $\mu$  – модуль сдвига;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $b_{\rm kp}$  и  $b_{\rm B}$  – модули краевой и винтовой составляющих вектора Бюргерса частичной двойникующей дислокации, соответственно.

В случае прямолинейных двойниковых границ четырех выделенных участков их форма может быть описана функциями:

$$f_1(\xi) = -\frac{H}{2} \left( \frac{\xi}{L} - 1 \right),$$

$$f_2(\xi) = \frac{H}{2} \left( \frac{\xi}{L} - 1 \right),$$

$$f_3(\xi) = \frac{H}{2} \left( \frac{\xi}{L} + 1 \right),$$

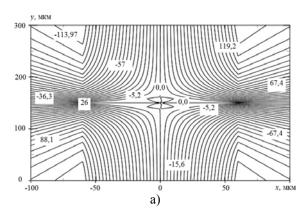
$$f_4(\xi) = -\frac{H}{2} \left( \frac{\xi}{L} + 1 \right),$$

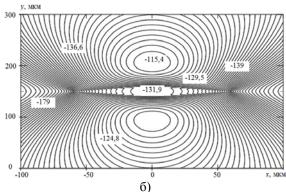
где H — половина максимальной ширины двойника.

#### 2 Результаты расчетов и их обсуждение

Результаты расчетов на основании представленной четырехфункциональной модели полей смещений и внутренних напряжений в сплошной конденсированной среде в окрестностях единичного остаточного линзовидного механического двойника, находящегося вдали от поверхности, представлены на рисунках 2.1 и 2.2. Для сплава Ni<sub>2</sub>MnGa в качестве исходных данных принимались следующие значения:

L = 60 мкм; H = 20 мкм;  $\rho_1(\xi) = \rho_2(\xi) = \text{const} =$ =  $\rho = 10^6$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $\mu = 19,231$  ГПа;  $b_{\kappa p} = 2,91$  Å;  $b_{\mu} = 2,74$  Å [7] –[9].





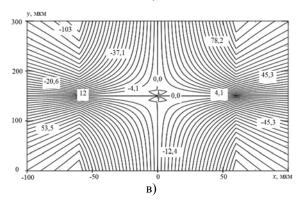
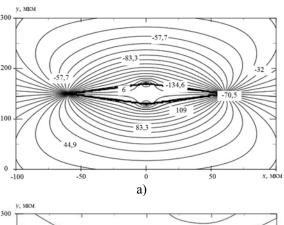


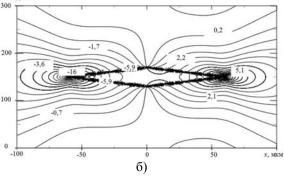
Рисунок 2.1 — Результаты расчета смещений  $u_i$ , обусловленных линзовидным двойником: а)  $u_x$ ; б)  $u_y$ ; в)  $u_z$ 

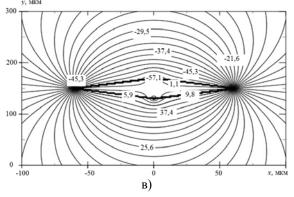
Расчеты компонент смещений  $u_i$  показаны на рисунке 2.1. Исходя из представленных результатов можно отметить, что линии равных величин для смещений  $u_x$  и  $u_z$  не имеют значительных различий (рисунок 2.1, а, в) по виду конфигурации распределения, за исключением численных значений в заданных точках. Обе компоненты  $u_x$  и  $u_z$  симметричны относительно центра двойника.

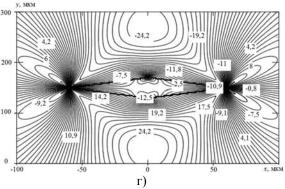
Конфигурация линий равных величин компоненты  $u_y$  (рисунок 2.1, б) имеет существенные различия в сравнении с компонентами  $u_x$  и  $u_z$ . Из рисунка видно, что участки с наибольшими смещениями располагаются у вершин двойников.

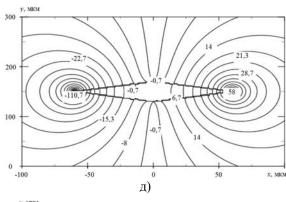
Графические результаты расчетов нормальных и сдвиговых компонент тензора напряжений  $\sigma_{ii}$  изображены на рисунке 2.2.











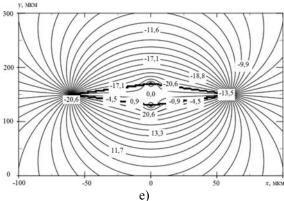


Рисунок 2.2 – Результаты расчета полей напряжений  $\sigma_{ij}$ , обусловленных линзовидным двойником: а)  $\sigma_{xx}$ ; б)  $\sigma_{xy}$ ; в)  $\sigma_{xz}$ ; г)  $\sigma_{yy}$ ; д)  $\sigma_{yz}$ ; е)  $\sigma_{zz}$ 

Наибольшие величины напряжений у нормальной компоненты тензора напряжений  $\sigma_{xx}$  (рисунок 2.2, а) главным образом локализованы у границ и вершин двойника, причем максимальные значения достигаются у границ. Общий уровень модулей численных значений напряжений вокруг двойника возрастает по мере продвижения к центру декартовой системы координат и симметричен относительно координатных осей.

Результат расчета сдвиговой компоненты  $\sigma_{xy}$  тензора напряжений представлен на рисунок 2.2, б. Распределение отражает увеличение общего фронта модулей численных значений напряжений при продвижении вдоль оси OX от центра двойника.

На рисунке 2.2, в показан результат распределения напряжений сдвиговой компоненты  $\sigma_{xz}$ . Полученный в данном случае результат распределения данной компоненты тензора напряжений симметричен относительно OX и схож с распределением нормальной компоненты  $\sigma_{xx}$  тензора, за исключением модульных значений напряжений в ключевых и периферийных точках. Данные значения в случае компоненты  $\sigma_{xz}$  ниже нормальных напряжений  $\sigma_{xx}$  в 2–3 раза.

Картина напряжений нормальной компоненты  $\sigma_{yy}$  тензора напряжений представлена на рисунок 2.3, г. Линии равных величин у данной компоненты имеют более сложный рельеф, образуя четыре области экстремальных значений. Данные максимумы симметричны относительно осей OX и OY декартовой системы координат, имеют зеркально симметричные одинаковые модульные значения пиков напряжений.

Расчетное поле напряжений сдвиговой компоненты  $\sigma_{yz}$  представлено на рисуноке 2.3, д. Распределение данных напряжений симметрично относительно OY, а ее особенностью являются значительные перепады значений у вершин двойника, где они отличаются по модулю в 2 раза. Следует отметить, что напряжения  $\sigma_{yz}$  минимальны у средней части двойника.

Нормальная компонента тензора напряжений  $\sigma_{zz}$  имеет вид, представленный на рисунок 2.3, е. Конфигурация данных напряжений схожа с конфигурацией компонент  $\sigma_{xx}$  (рисунок 2.3, а) и  $\sigma_{xz}$  (рисунок 2.3, в), за исключением существенной разницы в численных значениях, которая достигает пятикратного и трехкратного различия соответственно.

#### Заключение

Исходя из принципа суперпозиции полей напряжений и смещений, предложен метод расчета для линзовидного остаточного механического двойника неправильной линзовидной формы. Метод использован для расчета смещений и напряжений у механического остаточного двойника в мартенситной фазе Ni<sub>2</sub>MnGa, в которой двойники данного типа наблюдаются на эксперименте. В результате анализа данной модели были определены области концентрации напряжений у линзовидного двойника, а также изучен вид компонент смещений и тензора напряжений в окрестных областях двойника.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Остриков, О.М. Механика двойникования твердых тел. Монография / О.М. Остриков. Гомель: Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», 2008.-301 с.
- 2. Остриков, О.М. Исследование пластической деформации поверхности монокристалла Ni<sub>2</sub>MnGa методом индентирования / О.М. Остриков, А.Л. Созинов, А.В. Сорока // Инженернофизический журнал. 2012. Т. 85, № 5. С. 1132—1141.
- 3. Остриков, О.М. Особенности механического двойникования, локального разрушения и формирования каналов Розе в монокристаллах Ni<sub>2</sub>MnGa при индентировании их поверхности пирамидой Виккерса / О.М. Остриков, Е.В. Шматок

- // Материалы. Технологии. Инструменты. 2013. Т. 18, № 3. С. 5–10.
- 4. Остриков, О.М. Дислокационная макроскопическая модель клиновидного двойника / О.М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. 2006, № 2. С. 10–18.
- 5. Косевич, А.М. Дислокационная теория упругого двойникования кристаллов / А.М. Косевич, В.С. Бойко // Успехи физических наук.  $1971.-T.\ 104,\ N\!\!\!\! \ 2.-C.\ 101-255.$
- 6. Косевич, А.М. Дислокации в теории упругости. / А.М. Косевич. Киев : Наук. Думка,  $1978.-220~{\rm c}.$
- 7. Giant magnetic-field-induced strain in NiMnGa seven-layered martensitic phase / A. Sozinov [et al.]

- // Appl. Phys. Lett. 2002. Vol. 80. P. 1746–1748.
- 8. *Heczko*, *O*. Temperature dependence and temperature limits of magnetic shape memory effect / O. Heczko, L. Straka // Journal of Applied Physics. 2003. Vol. 94, № 11. P. 7139–7143.
- 9. *Heczko*, *O*. Magnetic properties and domain structure of magnetic shape memory Ni-Mn-Ga alloy / O. Heczko, K. Jurek, K. Ullakko // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2001. Vol. 226–230. P. 996–998.

Поступила в редакцию 31.03.14.